

Introduzione alla meccanica quantistica

Fulvio Ciriaco

11 novembre 2025



$$H(X)\Phi_i(X) = E_i\Phi_i(X)$$

come rappresento Φ e H ?



un isomorfismo è un cambiamento di base o rappresentazione

$$\mathbf{e}' = T\mathbf{e}$$

per esempio la trasformazione dello spazio $\mathbb{R}^2$:

$$x' = x + y$$

$$y' = x - y$$



se l'applicazione è sullo stesso spazio, posso rappresentarla con una matrice, per esempio:

$$x' = x + y$$

$$y' = x - y$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$e'_i = T_{ij} e_j$$



trasformazione della rappresentazione

sia

$$y = \sum_i a_i e_i$$

e sia

$$\mathbf{e}' = T\mathbf{e}$$

come si trasforma il vettore dei coefficienti a , affinché sia

$$y = \sum_i a'_i e'_i?$$



trasformazione della rappresentazione

$$y = \sum_i a_i e_i = \mathbf{a} \underbrace{T^{-1} T}_{I} \mathbf{e} = \underbrace{\mathbf{a} T^{-1}}_{\mathbf{a}'} \underbrace{T \mathbf{e}}_{\mathbf{e}'}$$



trasformazione di rappresentazione degli operatori

sia $\mathbf{O}$ la rappresentazione di un operatore O e T una trasformazione di base, come si trasforma $\mathbf{O}$ per ottenere la rappresentazione di O nella nuova base?

$$u = Ov$$

$$v' = Tv$$

$$u' = Tu$$

$$v' = O'u'$$



trasformazione di rappresentazione degli operatori

$$u = Ov$$

$$\underbrace{Tu}_{u'} = \underbrace{TOT^{-1}}_{O'} \underbrace{Tv}_{v'}$$



equazioni agli autovalori

$$H\psi_i = E_i\psi_i$$

consideriamo il seguente isomorfismo tra $\mathbb{R}^n$ e lo spazio delle funzioni:

$$\psi_i = T x_{ij} = \sum_j x_{ij} e_j$$

dove e_j sono funzioni di base. assumeremo che le funzioni di base siano ortonormali con un consueto prodotto scalare. in tal caso:

$$x_{ij} = \langle e_j | \psi_i \rangle$$

possiamo allo stesso modo sfruttare l'identità operatoriale:

$$I = \sum_i |e_i\rangle\langle e_i|$$



equazioni agli autovalori

$$H\psi_i = E_i\psi_i$$

$$\langle e_k | H | e_j \rangle \langle e_j | \psi_i \rangle = E_i \langle e_k | \psi_i \rangle$$

$$\mathbf{H}\mathbf{x}_i = E_i\mathbf{x}_i$$

